



СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ



3.1 Модели представления знаний.

Синтаксис и семантика логики предикатов первого порядка.

Логическое следование. Логический вывод.

Метод резолюций в логике предикатов первого порядка.

Модели представления знаний

Знания, хранящиеся в базе знаний (БЗ) интеллектуальных систем должны быть представлены с использованием некоторой модели представления знаний.





В настоящее время в теории ИИ принято выделять 4 основных класса моделей представления знаний:

1. Логические модели
2. Продукционные системы
3. Семантические сети
4. Фреймы

Основная цель представления знаний в ИИ - научиться хранить знания таким образом, чтобы программы могли обрабатывать их и достигнуть подобия человеческого интеллекта. Исследователи ИИ используют теории представления знаний из когнитологии (науке о мышлении). Такие методы как фреймы, правила и семантические сети пришли в ИИ из теорий обработки информации человеком. Так как знание используется для достижения разумного поведения, фундаментальной целью дисциплины





представления знаний является поиск таких способов представления, которые делают возможным процесс логического вывода, то есть создание выводов из знаний.

В современных системах искусственного интеллекта, как правило, используется комбинация различных моделей. Кроме того, знания принято разделять на *процедурные* и *декларативные*.

Процедурные знания представляют собой описание некоторой упорядоченной последовательности действий, то есть алгоритм.

Декларативные знания, в отличие от процедурных, не предписывают в явной форме каких-либо действий, а представляют собой утверждения о наличии у объектов некоторых свойств или отношений между объектами. Таким образом, декларативные знания носят констатирующий характер.

Логические модели представления знаний

"Логика" в переводе с греческого означает "наука о рассуждении", "искусство рассуждения". Существует несколько определений понятия логики:

- Наука о формах, методах и законах интеллектуальной познавательной деятельности, формализуемых с помощью логического языка.
- Наука о достижении истины в процессе познания с помощью выводного знания — знания, полученного опосредованным путём, посредством не чувственного опыта, а из знаний, полученных ранее; знания, полученного разумом.
- Наука о законах мышления (дискурс об окружающем мире).

Знание, полученное с помощью применения законов логики и методов логического мышления, является целью любого логического действия, нацеленного на достижение истины. Полученные знания также могут применяться для более глубокого познания явлений и событий окружающего мира.





Основной же функцией логики является исследование того, как из одних утверждений можно выводить другие. При этом предполагается, что вывод зависит только от способа связи входящих в него утверждений и их строения, а не от их конкретного содержания. Другими словами, изучая, "что из чего следует", логика выявляет наиболее общие или, как говорят, формальные условия правильного мышления.

Наиболее известной и широко используемой для представления знаний моделью является модель логики предикатов первого порядка.

Основные определения

Рассмотрим основные определения логики предикатов первого порядка.

Под *областью интерпретации* D (от слова *Domaine*) подразумевается множество объектов, свойства и отношения которых предполагается описывать средствами языка логики предикатов первого порядка.

Язык логики предикатов первого порядка (ЛП1) строится следующим образом: алфавит ЛП1 включает в себя следующие группы символов:

1. Предметные константы:

$a, b, c, d, \dots$

2. Предметные переменные:

$x, y, z, v, u, w, \dots x_n, y_n, z_n, \dots$

3. Функциональные символы:

$f, g, h, \dots$

4. Предикатные символы:

$P, Q, R, S, T, \dots$

5. Логические связки:

$\neg, \vee, \&, \rightarrow, \leftrightarrow$

6. Логические кванторы:

$\exists$ (квантор существования), $\forall$ (квантор всеобщности)





7. Скобки:

(,), ...

Предметные константы - идентификаторы конкретных объектов в рассматриваемой предметной области. Предметные константы выступают в качестве имен (идентификаторов) элементов области интерпретации D .

Переменные - то, что может принимать значения констант.

Функциональная форма - соответствует функции, заданной на предметной области:

$D_n \rightarrow D$ (отображение декартового произведения в область интерпретации)

Синтаксически задается с помощью функционального символа и списка аргументов: $f(f_1, \dots, f_n)$. Примеры:

1). $f(x, y)$ - " $x+y$ "

2). $g(x)$ - " x^2 "

3). $f(a, x, g(x))$

и так далее.

Термом называется предметная константа, предметная переменная или функциональная форма.

Предикатные символы - служат для обозначения свойств и отношений объектов в рассматриваемой предметной области (области интерпретации).

Число предметных переменных, к которым относится данная предикатная форма, называется ее *местностью*.

Пример:

$P(x)$ - " x - четное число" - одноместная предикатная форма

$Q(x, y)$ - " $x > y$ " - двуместная предикатная форма

Логические связки - имеют традиционный смысл:

$\rightarrow$ - импликация (если . . . , то . . .)

$\leftrightarrow$ - эквивалентность





Логические кванторы:

$\forall xP(x)$ - "для всех x из области P "

$\exists xP(x)$ - "существует хотя бы один объект из области P "

Правила построения формул в логике предикатов

1). Любая предикатная форма (или атом) является формулой логики предикатов первого порядка.

2). Если X и Y - формулы, то:

$\neg X, X \& Y, X \vee Y, X \rightarrow Y, X \leftrightarrow Y$ и т.д. - тоже формулы

Бывают и невыполнимые формулы, например:

$P \& \bar{P}$ - невыполнимая.

3). Если x - предикатная переменная, A - формула, тогда:

$\forall xA$ и $\exists xA$ - также формулы.

4). Других формул нет.

Формула, которой предшествует квантификатор, называется *областью действия* этого квантификатора.

Если переменная находится в области действия соответствующего квантификатора, то она называется *связанной*, в противном случае - *свободной*. Например: $\forall x(P(x) \& Q(x, y))$,

x - связанная переменная

y - свободная.

Если формула не имеет свободных переменных, то она является *замкнутой* и является *высказыванием*.

Рассмотрим пример: для любых двух чисел, если одно из них четно, а другое - нечетно, то их сумма нечетна.

D - зафиксировали область интерпретации.

$P(x)$ - " x - четно"





$f(x, y) - "x + y"$

$\forall x \forall y [P(x) \& \overline{P(y)} \rightarrow \overline{P(f(x, y))}]$ - истинное высказывание.

Логика, в которой рассматриваются только высказывания об объектах, свойствах и отношениях предметной области, называется *логикой первого порядка*. Если рассматриваются высказывания о высказываниях - имеем дело с *логикой второго порядка* и т. д.

Логическое следование. Логический вывод.

Метод резолюций в логике предикатов первого порядка.

Логика первого порядка, являясь формализованным аналогом обычной логики, дает возможность строго рассуждать об истинности и ложности утверждений и об их взаимосвязи, в частности о логическом следовании одного утверждения из другого, или, например, об их эквивалентности.

Рассмотрим классический пример формализации утверждений естественного языка в логике первого порядка. Возьмем рассуждение: "Каждый человек смертен. Конфуций - человек. Следовательно, Конфуций смертен". Обозначим:

"x есть человек" - через $ЧЕЛОВЕК(x)$,

"x смертен" - через $СМЕРТЕН(x)$.

Тогда утверждение "каждый человек смертен" может быть представлено формулой:

$$(\forall x)(ЧЕЛОВЕК(x) \rightarrow СМЕРТЕН(x)).$$

А утверждение "Конфуций - человек" - формулой:

$$ЧЕЛОВЕК(Конфуций),$$

и "Конфуций смертен" - формулой:

$$СМЕРТЕН(Конфуций).$$

Утверждение в целом теперь может быть записано формулой:





$(\forall x)(\text{ЧЕЛОВЕК}(x) \rightarrow \text{СМЕРТЕН}(x)) \ \& \ \text{ЧЕЛОВЕК}(\text{Конфуций}) \rightarrow \text{СМЕРТЕН}(\text{Конфуций}).$

Понятие логического следования

Пусть E - множество формул (логики первого порядка), а C - отдельная формула.

Формула C называется *логическим следствием* из множества формул E , если она истинна при всех интерпретациях, при которых *все формулы* множества E *одновременно истинны*.

Формальная запись:

$$E \models C$$

Используя данное определение факт логического следования можно установить путем перебора всех возможных интерпретаций. Однако, в логике предикатов такой подход невозможен, т. к. каждая формула имеет бесконечное число интерпретаций (вследствие бесконечного множества областей интерпретаций).

Принцип дедукции

Множество формул называется невыполнимым, если не существует интерпретации, при которой все формулы этого множества одновременно истинны:

$$E \models C \Leftrightarrow E \cup \{\neg C\} \text{ - невыполнимо.}$$

Таким образом, принцип дедукции сводит задачу о логическом следовании к задаче о невыполнимости множества формул.

Для доказательства невыполнимости множества формул используется метод резолюции.

Метод резолюции

Если X и Y - дизъюнкты, то формула $X \vee Y$ называется *резольвентой*.





Правило резолюции: пусть x, y - произвольные формулы, а A - атом (элементарная формула), тогда:

$\{x \vee A, y \vee \bar{A}\} \vdash x \vee y$ - правило резолюции.

$x \vee A = \text{True}, y \vee \bar{A} = \text{True}$, тогда $x \vee y = \text{True}$

Предположим, что $A = \text{False}$, тогда $\bar{A} = \text{True}$. Таким образом $x = \text{True}$.

Рассмотрим случай, когда x и y - дизъюнкты (дизъюнкция атомов).

Любая формула может быть преобразована в логически эквивалентную ей КНФ (конъюнктивно-нормальную форму).

Дизъюнкт, содержащий хотя бы одну литеру, является выполнимой формулой (то есть при неких интерпретациях является истинной).

Единственным невыполнимым дизъюнктом является пустой дизъюнкт, то есть дизъюнкт, не содержащий ни одной литеры. Такие дизъюнкты будем обозначать в дальнейшем константой F (от False).

Алгоритм по преобразованию формул в КНФ (на примере логики высказываний)

1). Исключение связок, импликаций и эквивалентностей:

$$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$$

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A) = (\bar{A} \vee B) \& (\bar{B} \vee A)$$

2). Сокращение области действия отрицаний так, чтобы они относились к элементарным формулам:

$$\overline{(A \& B)} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

$$\overline{(A \vee B)} = \bar{A} \& \bar{B}$$

$$\overline{\bar{A}} = A$$

3). Закон дистрибутивности:

$$A \vee B \& C = (A \vee B) \& (A \vee C)$$





Утверждение 1: пусть E - множество формул, $X, Y \in E$ - формулы этого множества, а $\{Y, X\} \models Z$ - логическое следствие. Тогда добавление формулы Z к множеству E не меняет его выполнимости/невыполнимости.

Утверждение 2: добавление резольвент к исходному множеству не меняет его выполнимости/невыполнимости.

Для построения резольвенты находим дизъюнкты, содержащие контрарную пару (пара, имеющая противоположные значения) и строим резольвенту.

Пример 1:

$p \vee q \vee s$; $\bar{r} \vee \bar{t} \vee \bar{s}$ - родительские дизъюнкты,

$p \vee q \vee \bar{r} \vee \bar{t}$ - их резольвента.

Пример 2: рассмотрим 2 однолитеральных дизъюнкта P и $\bar{P}$, их резольвента - пустой дизъюнкт F .

Таким образом, алгоритм метода резолюции предполагает последовательное порождение резольвент от различных пар родительских дизъюнктов до тех пор, пока не будет получен пустой дизъюнкт. Это означает, что множество невыполнимо и тем самым логическое следствие доказано.

Если пустой дизъюнкт получить не удастся, то множество является выполнимым и значит, что логическое следствие не имеет места.

Теорема Робинсона: если множество дизъюнктов невыполнимо, этот факт всегда может быть установлен с помощью метода резолюции за конечное число шагов. Можно говорить, что метод резолюции полон для данной проблемы.

Общие достоинства логики первого порядка

Логика первого порядка обладает рядом полезных свойств, которые делают ее очень привлекательной в качестве одного из основных инструментов формализации знаний:





1. Полнота.
2. Непротиворечивость.
3. Компактность.

