

## Вопросы по курсу «Непрерывные математические модели»

- 1) (!) Линейные операторы в гильбертовом пространстве последовательностей инвариантные по сдвигу. сверточное представление оператора.
- 2) Оператор – конечная разность  $n$ -го порядка. (Задача – Сверточное представление).
- 3) Представление в виде свертки линейного оператора инвариантного по сдвигу в пространстве  $L^2(\mathbb{R})$ . Решение сверточных уравнений с помощью преобразования Фурье.
- 4) (!) Ряды Фурье: вычисление коэффициентов, и свойства рядов.
- 5) (!) Преобразование Фурье. Определение и свойства.
- 6) (!) Формула Пуассона.
- 7) Длительность сигнала и ширина спектра сигнала. Принцип неопределенности.
- 8) (\*) Теорема отсчетов (формулировка)
- 9) Задача: вычисление свертки двух прямоугольных импульсов
- 10) (\*) Условия, которым должна удовлетворять функция, сдвиги которой образуют базис.
- 11) Переход от базиса из сдвигов в линейной оболочке к базису в  $L^2(\mathbb{R})$ .
- 12) (!) Определение сплайна. Пространство сплайнов  $S_m$ . Простейший базис (на основе  $x_+^m$ ). Перестройка базиса с помощью конечных разностей. Свойства нового базиса(формулировки).
- 13) (!) Определение В-сплайнов. Свойство: перезапись интеграла от произведения функции на В-сплайн.
- 14) (!) Свойство: вычисление интеграла от произведения  $f(m)(x)N_m(x)$ .
- 15) (!) Свойство: равенство базисных функций, полученных как конечные разности, и
- 16) Свойства –наследование свойств (размер носителя, симметрия) с ростом гладкости сплайна.
- 17) Свойство: выражение для производной В-сплайна.
- 18) (!) Свойство: рекуррентная формула для В-сплайнов.
- 19) Свойство: сумма целочисленных сдвигов В-сплайна.
- 20) Определение базиса Рисса в  $L^2(\mathbb{R})$ . Теорем об эквивалентном описании ортогонального нормированного базиса из сдвигов функции в терминах ее преобразования Фурье. (\*) Аналогичная теорема для базиса Рисса (формулировка).
- 21) (!) Задача: метод получения оценок (постоянных базиса Рисса) для конечного базиса из сдвигов сплайна.
- 22) (\*) Теорема: В-сплайна образуют базис Рисса (план доказательства).
- 23) (!) Двухмасштабное соотношение для В-сплайнов и его применения для быстрого вычисления значений сплайна.

### Порядок проведения экзамена

- три домашних задания должны быть сданы
- экзамен будет проходить проще для тех, кто в декабре обсудит со мной сданные работы
- если Вы сдали и обсудили все работы, то один вопрос экзамена Вы получаете на консультации и готовите дома, во время экзамена Вы готовите еще один вопрос
- если Вы не закончили обсуждение всех работ, то экзамен начинается с короткого опроса по формулировкам (надо ответить на хотя бы 2 вопроса из 4-х, в списке эти вопросы помечены (!))
- вопросы помеченные (\*) могут возникать, только при выставлении пятерки.