СТАТИСТИКА СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Оценка остаточных знаний по дисциплине

№	Формулировка вопроса	Варианты ответов
1	Случайным процессом называется	a) Функция X (t, ω) двух переменных: времени и элементов пространства элементарных событий; b) Функция X (ω) одной переменной: элементов пространства элементарных событий; c) Функция X (t) одной переменной: времени.
2	Сечение случайного процесса в момент времени t_0 является	a) Случайным событием; b) Случайной величиной; c) Случайным вектором.
3	Реализация случайного процесса по сути является	a) Неслучайной функцией X (t, ω) двух переменных: времени и элементов пространства элементарных событий; b) Неслучайной функцией X (ω) одной переменной: элементов пространства элементарных событий; c) Неслучайной функцией X (t) одной переменной: времени.
4	Математическим ожиданием с.п. $X(t)$ называется	a) Неслучайная функция m_X (t) одной переменной: времени; b) Неслучайная функция m_X (t, ω) двух переменных: времени и элементов пространства элементарных событий; c) Неслучайная функция m_X (ω) одной переменной: элементов пространства элементарных событий.
5	Дисперсией с.п. $X(t)$ называется	a) Неслучайная функция D_X (t, ω) двух переменных: времени и элементов пространства элементарных событий; b) Неслучайная функция D_X (t) одной переменной: времени; c) Неслучайная функция D_X (ω) одной переменной: элементов пространства элементарных событий.
6	Фазовым пространством S случайного процесса или пространством состояний называется	a) множество его определения; b) множество определения его сечения; c) множество его возможных значений.

7	Стационарным (строго стационарным) случайным процессом называется	a) процесс, распределение которого не зависит от сдвига по времени; b) процесс, распределение которого линейно зависит от сдвига по времени; c) процесс, распределение которого обратно пропорционально зависит от сдвига по времени.
8	Для марковского случайного процесса в любой момент времени t при известном настоящем верно:	a) прошедшее и будущее (определяемые в терминах значений процесса) зависимы; b) прошедшее и будущее (определяемые в терминах значений процесса) независимы; c) прошедшее и будущее (определяемые в терминах значений процесса) условно зависимы.
9	Функция K(t1, t2) является ковариационной функцией некоторого процесса X (t) тогда и только тогда, когда	a) она положительно определена; b) является константой; c) она неотрицательно определена.
10	С.п. называется виннеровским, если верно:	a) X (t) – нормальный случайный процесс; b) X (0) = 0; c) ковариационная функция процесса равна σ^2 min(t1, t2); d) X (t) – марковский случайный процесс; e) X (0) > 0; f) ковариационная функция процесса равна σ^2 max(t1, t2).
11	Пуассоновский процесс X(t), принимающий значения ±c называется	a) Телеграфным процессом; b) Телефонным процессом; c) Белым шумом.
12	Белый шум – это	a) реальный случайный процесс; b) обобщенный случайный процесс, который не существует в обычном смысле; c) некоторый пуассоновский процесс.

13	Почему периодограмму нельзя использовать для оценивания спектральной плотности?	a) Поскольку периодограмма для важных процессов не определена. b) Поскольку периодограмма является асимптотически несмещенной оценкой спектральной плотности. c) Поскольку периодограмма для важных процессов не является состоятельной оценкой.
14	Какое из условий обеспечивает «вырезание» спектральных окон требуемой частоты?	a) ядро спектрального окна имеет резко выраженный максимум в окрестности точки λ=0; b) Площадь от -π до π спектрального окна нормирована; c) Центр квадрата отклонения периодограммы от спектральной плотности стремится к нулю.
15	Какое из условий обеспечивает условие асимптотической несмещенности спектральных окон?	a) ядро спектрального окна имеет резко выраженный максимум в окрестности точки λ=0; b) Площадь от -π до π спектрального окна нормирована; c) Центр квадрата отклонения периодограммы от спектральной плотности стремится к нулю.
16	Какое из условий «вырезания» спектральных окон является условием состоятельности в среднем квадратичном?	a) ядро спектрального окна имеет резко выраженный максимум в окрестности точки λ=0; b) Площадь от -π до π спектрального окна нормирована; d) Центр квадрата отклонения периодограммы от спектральной плотности стремится к нулю.
17	В чем состоит цель задачи экстраполяции?	a) Свести нахождение функции прогноза к простым и быстрым вычислениям. b) Найти функцию прогноза. c) Найти алгоритм нахождения функции прогноза.
18	В чем состоит цель задачи прогнозирования?	a) Свести нахождение функции прогноза к простым и быстрым вычислениям. b) Найти функцию прогноза. c) Найти алгоритм нахождения функции прогноза.

19	Если $k_X(\tau)=64\dfrac{\sin^2 4\tau}{\tau^2}$ – корреляционная функция стационарного с.п. $X(t)$, то его спектральную плотность равна	a) $S_X(\omega)=32(8-\lvert\omega\rvert)$; b) $S_X(\omega)=0$; c) $S_X(\omega)=\begin{cases} 32(8-\lvert\omega\rvert) & \text{при } \lvert\omega\rvert<8, \\ 0 & \text{при } \lvert\omega\rvert\geq 8. \end{cases}$
20	Каково значение корреляционной функции стационарного с.п. $X(t)$ в нуле, если его спектральная плотность $S_X(\omega)$ = $\begin{cases} 1-\dfrac{\omega^2}{16} & \text{при } \lvert\omega\rvert\leq 4, \\ 0 & \text{при } \lvert\omega\rvert>4. \end{cases}$	a) $k_X(0)=\int\limits_0^4\left(1-\frac{\omega^2}{16}\right)d\omega=\dfrac{8}{3}$; b) $k_X(0)=\int\limits_0^4\left(1-\frac{1}{16}\right)d\omega=\dfrac{15}{4}$; c) $k_X(0)=\int\limits_0^4(1-\omega)d\omega=-12$
21	На вход стационарной линейной динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением $y'' + 8y' + 15y = 5x' + 10x$, подается стационарный случайный процесс $X(t)$ с математическим ожиданием $m_X = 5$ и спектральной плотностью $S_X(\omega) = \sin 7\omega/\omega$. Математическое ожидание случайного процесса $Y(t)$	a) $m_Y=\dfrac{b_0}{a_0}m^2{}_X=\dfrac{10}{15}\cdot 5^2=\dfrac{50}{3}$ b) $m_Y=\frac{b_0}{a_0}m_X=\frac{10}{15}\cdot 5=\frac{10}{3}$; c) $m_Y=\dfrac{b_0}{a_0}=\dfrac{10}{15}=\dfrac{2}{3}$

	на выходе системы в установившемся режиме равно:	
22	На вход стационарной линейной динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением $y'' + 8y' + 15y = 5x' + 10x$, подается стационарный случайный процесс $X(t)$ с математическим ожиданием $m_X = 5$ и спектральной плотностью $S_X(\omega) = \sin 7\omega/\omega$. Составьте передаточную функцию.	a) $\Phi(p) = \frac{1}{p^2 + 8p + 15} = \frac{1}{(p+3)(p+5)}$ b) $\Phi(p) = 5p + 10$ c) $\Phi(p) = \frac{5p+10}{p^2 + 8p + 15} = \frac{5p+10}{(p+3)(p+5)}$.
23	Какой из схем описывается следующая ситуация? Автомобиль движется равноускоренно по прямолинейной дороге. Положение автомобиля s измеряется наблюдателем в моменты времени t0, t1, ..., tn. В моменты измерения положение s, скорость v и ускорение *a* автомобиля имеют независимые друг от друга нормальные случайные отклонения от своих значений, вычисляемых с помощью уравнений Ньютона.	a) Схема Кальмана. b) Схема Бернулли. c) Схема Ньютона-Лейбница.
24	Каково общее название рекуррентных методов обработки динамических данных, основанных на одной и той же идее?	a) Фильтры динамики. b) Фильтр Кальмана. c) Фильтр Фурье.

25	Могут ли в линейной схеме фильтра Калмана–Бьюси условные матрицы ошибок быть вычислены заранее, до проведения наблюдений?	a) Нет, так как в линейной схеме Калмана–Бьюси условные матрицы ошибок являются случайными. b) Да, так как в линейной схеме Калмана–Бьюси условные матрицы ошибок являются нулевыми. c) Да, так как в линейной схеме Калмана–Бьюси условные матрицы ошибок не являются случайными.

26. Случайное блуждание задано матрицей переходов $Q = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 & 2/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$. Укажите все гармонические функции (столбцы) такого процесса.

27. Установите, при каких значениях a, b процесс $X_t = \exp(aW_t + bt)$ соответствует предложенной П. Самуэльсоном модели $dX_t = X_t(\sigma dW_t + \mu dt)$. Выпишите производящий оператор.

28. Установите, при каких коэффициентах (a, σ) процесс $U_t = U_0 e^{-at} + \sigma\int_0^t e^{a(s-t)} dW_s$ подчиняется уравнению $dU_t = -2U_t dt + 3dW_t$. Выпишите производящий оператор процесса U_t.

29. Предположив, что стартовая величина U_0 независима с процессом W_t, причем $U_0 \in N(0, d^2)$, где $d^2 = \sigma^2 / 2a$, вычислите ковариационную функцию процесса U_t. Будет ли процесс U_t стационарным?

30. Подберите нормирующий множитель k_t так, чтобы процесс $Z_t = k_t W_{\exp(2ta)}$ имел постоянное значение дисперсии $\mathbf{D}Z_t$. Вычислите ковариации.